２０２６年度名古屋大学大学院生命農学研究科博士前期課程入学試験

受　験 専門科目名	応用数学	この科目について （　２　）枚のうち（　１　）枚目

【問題１】次の２階線形常微分方程式について答えよ。ただし x は実数であり y は x の関数である。

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2y=0$$

(1) これを解くために、$y=x^m$ となる形の基本解を求めたい。ただしmは定数である。mの値を定めよ。

(2) 境界条件「$x=1$で$y=-1$、$x=-1$で$y=-3$」を満たす特解を求めよ。

【問題２】次の行列 $\mathbf{M}$ について答えよ。ただしx、y は実数である。

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ x-1 & y-1 & y\\ 1 & -x+1 & y-1\end{bmatrix}$$

(1) $\det\mathbf{M}$ を x、y の式で表せ。

(2) $\det\mathbf{M}$ の最小値と、そのときの x、y の値を求めよ。

(3) $\det\mathbf{M}=0$ となるときの x、y の関係を xy 平面の曲線として表現せよ。

(4) (2)で決定した x、y の値を用い、行列 $\mathbf{M}$ の逆行列を計算せよ。

【問題３】関数　$f(x)=\dfrac{1}{1-x}$、$g(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$　について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ をマクローリン展開し、収束半径を示せ。

(2) $g(x)$ をマクローリン展開せよ。

受　験 専門科目名	応用数学	この科目について （　２　）枚のうち（　２　）枚目

【問題４】ラプラス変換を用いて、以下の微分方程式を解け。

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t) = e^{-t}\cos t$$

ただし初期値は以下のとおりとする。

$$y(0) = 0、\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0$$

ラプラス変換表および公式

$f(t) = L^{-1}[F(s)]$	$F(s) = L[f(t)]$	$f(t) = L^{-1}[F(s)]$	$F(s) = L[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$	$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$t\cos\omega t$	$\frac{s^2-\omega^2}{(s^2+\omega^2)^2}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$	$t\sin\omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2+\omega^2)^2}$
$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s)-f(0)$	$e^{at}\cos\omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+\omega^2}$
$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$s^2F(s)-sf(0)-\left.\frac{df(t)}{dt}\right\|_{t=0}$	$e^{at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2+\omega^2}$

２０２６年度名古屋大学大学院生命農学研究科博士前期課程入学試験
解答例及び出題意図

専門科目名	応用数学

○出題意図

［問題１］線形常微分方程式に関する理解と計算能力を問う。

［問題２］行列、行列式および逆行列に関する理解と計算能力を問う。

［問題３］マクローリン展開に関する理解と計算能力を問う。

［問題４］ラプラス変換に関する理解と計算能力を問う。

【問題１】

(1) $m=1$ または 2

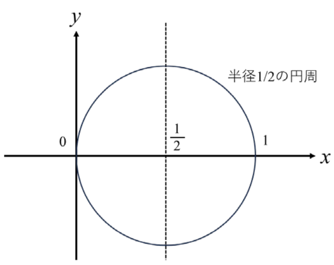
(2) $y=x-2x^2$

【問題２】

(1) $\det\mathbf{M}=x^2+y^2-x$

(2) $x=\frac{1}{2}$ 、$y=0$ で $\det\mathbf{M}$ は最小値 $-\frac{1}{4}$ を取る。

(3) x、yは、半径$\frac{1}{2}$、中心の座標が$\left(\frac{1}{2},0\right)$の円周を描く（下図）。



(4) $\mathbf{M}$ の逆行列 $\mathbf{M}^{-1}$ は、

$$\mathbf{M}^{-1}=\begin{bmatrix}-4 & -2 & 4\\ 2 & 0 & -2\\ -3 & -2 & 2\end{bmatrix}$$

【問題３】

(1) $f(x)$ のマクローリン展開は、$f(x)=1+x+x^2+x^3+x^4+\cdots\cdots$

で与えられる。マクローリン展開の収束半径Rは1である。

(2) $g(x)$ のマクローリン展開は、$g(x)=1-x^2+x^4-x^6+\cdots\cdots$

で与えられる。

【問題４】

$$y(t)=-\frac{1}{5}\cos t+\frac{3}{5}\sin t+\frac{1}{5}e^{-t}\cos t-\frac{2}{5}e^{-t}\sin t$$